附　录(Appendix)

表 1 公式(2)中的变量的含义和计算公式

Table 1 Definitions and formulas of variables in formula (2)

变量	定义	计算公式
w	网络中所有边的权重之和	$w=\sum_{l_{ij}\in links} w(l_{ij})),(i\ and\ \ j\ are\ nodes, i\neq j)$
d_α	节点α的度(degree)，即：连接到节点α的所有边的权重的和。	$d_a=\sum_{l_{ab}\in links} w(l_{ab})$
w_α	节点α的相对权重，即：节点α的度除以网络中所有边权重之和的2倍。	$w_a=d_a/(2*w)$
w_i	簇i的相对权重，即：簇i的所有节点的相对权重之和。	$w_i=\sum_{a\in i} w_a$
$w_{i\text{Ð}}$	簇i的所有离开边的相对权重之和。	$w_{i\text{Ð}}=\sum_{l_{ab}} w(l_{ab})/(2*w),\ (a\in M_i, b\notin M_i)$
$w_{\text{Ð}}$	网络社团结构中，所有簇的离开边的相对权重之和。	$w_{\text{Ð}}=\sum_{i=1}^{m} w_{i\,\text{Ð}}$

命题 1 及其证明：

命题 1 设 k 为簇内节点数，d 为网络内节点的平均度数。LAICA 算法的复杂度为 $O(k^2d)$。

证明： 首先分别对算法两个阶段的复杂度进行分析。设 m'为局部簇个数($m' < m$)，$|B|$为边界节点的度数和。

1) 局部聚合算法(LAA)的复杂度

LAA 算法搜索局部簇的过程中，聚合的每一步通过计算局部簇与每一个邻居节点合并的 *ΔLocalMod* 值，搜索出能最大化 *ΔLocalMod* 值的邻居节点 v，并将 v 添加到局部簇。ModularityM、LMetric 和 LocalModularity 的复杂度均为 $O(k^2d)$[7, 11, 13]，而对于真实网络，添加新节点的时间消耗决定了局部簇搜索的复杂度，为 $O(k)$[7, 11, 13]。而 outwardness 的计算和维护最简单，因为只需在局部簇的邻居节点中搜索 outwardness 值最大的节点 v，且当 v 聚合到局部簇时，只有 v 的簇外邻居节点会发生变化，所以聚合时仅需更新 v 的簇外邻居节点的 outwardness 值。因为在 v 和每一个邻居节点之间有且仅有一条边，所以对于每一个簇外邻居节点：*Δoutwardness* ＝ $-2/k$ (k 为 v 的邻居节点的度数)。最大化 outwardness 的复杂度为 $O(kd^2log|B|)$，而对于稀疏网络，则为 $O(klog|k|)$[9]。

表 2 ICSC 算法复杂度分析公式

Table 2 Formulas for complexity analysis of ICSC

$\Delta value1=\Delta(w_{\text{Ð}}\log(w_{\text{Ð}}))=(w_{\text{Ð}}-w_{j\text{Ð}}-w_{k\text{Ð}}+w_{jk\text{Ð}})\log(w_{\text{Ð}}-w_{j\text{Ð}}-w_{k\text{Ð}}+w_{jk\text{Ð}})$	(1)
$\Delta value2=\Delta-2\sum_{i=1}^{m} w_{i\text{Ð}}\log(w_{i\text{Ð}})=-2w_{jk\text{Ð}}\log(w_{jk\text{Ð}})+2w_{j\text{Ð}}\log(w_{j\text{Ð}})+2w_{k\text{Ð}}\log(w_{k\text{Ð}})$	(2)
$\Delta value3=\Delta\sum_{i=1}^{m}(w_{i\text{Ð}}+w_i)\log(w_{i\text{Ð}}+w_i)=(w_{jk\text{Ð}}+w_{jk})\log\left(w_{jk\text{Ð}}+w_{jk}\right)-(w_{j\text{Ð}}+w_j)\log\left(w_{j\text{Ð}}+w_j\right)-(w_{k\text{Ð}}+w_k)\log\left(w_{k\text{Ð}}+w_k\right)$	(3)

2) 子簇迭代合并算法(ICSC)的复杂度

ICSC 算法中，每一步选择长度最小的子簇，通过计算其与每一个邻居子簇合并后网络全局模块性的变化值：*ΔGlobalMod*，搜索能最大化 *ΔGlobalMod* 的合并单元。根据公式(2)，因为 $\sum_{a=1}^{n} w_a\log(w_a)$ 是一个常量，所以，*ΔGlobalMod* 的计算可分解为 3 个部分：

$$\Delta GlobalMod = \Delta value1 + \Delta value2 + \Delta value3 \tag{4}$$

式中：*Δvalue1*、*Δvalue2* 和 *Δvalue3* 的计算分别如附录表 2 中公式(1)、(2)、(3)所示。设参与合并的两个子簇为 M_j 和 M_k，M_j 和 M_k 合并后产生的子簇为 M_{jk}，根据公式，每一次合并仅需通过合并前的参数值重新计

算子簇 M_{jk} 的 w_{jk} 和 $w_{jk\text{Đ}}$ 。所以，每一次合并的复杂度为 $O(kd)$。对于有 k 个节点的复杂网络，ICSC 算法的复杂度为 $O(k^2d)$。

综上所述，LAICA 算法的复杂度为 $O(k^2d)$。